



# Computer-Graphik II

## Ray-Tracing



G. Zachmann  
Clausthal University, Germany  
[cg.in.tu-clausthal.de](http://cg.in.tu-clausthal.de)



## Effekte für eine realistische Darstellung

- Das lokale Beleuchtungsmodell (CG1) versagt bei folgenden Effekten:
  - (Soft) Shadows (Halbschatten)
  - Reflexionen (*reflection*, z.B. Spiegel)
  - Brechung (*refraction*, z.B. Wasser, Glas)
  - Indirekte Beleuchtung ("*color bleeding*")
  - Beugung (*dispersion*)
  - ...

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 2

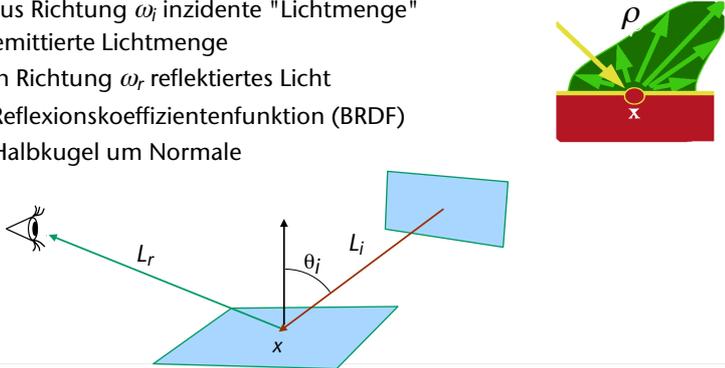
## Globale Beleuchtungsrechnung



- Ziel: **Photorealistisches Rendering**
- Die "Lösung": die **Rendering-Gleichung** [Kajiya, Siggraph 1986]

$$L_r(x, \omega_r) = L_e(x, \omega_r) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_r, \omega_i) L_i(x, \omega_i) \cos(\theta_i) d\omega_i$$

$L_i$  = aus Richtung  $\omega_i$  inzidente "Lichtmenge"  
 $L_e$  = emittierte Lichtmenge  
 $L_r$  = in Richtung  $\omega_r$  reflektiertes Licht  
 $\rho$  = Reflexionskoeffizientenfunktion (BRDF)  
 $\Omega$  = Halbkugel um Normale



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 3

## Die Erfindung des Ray-Tracings

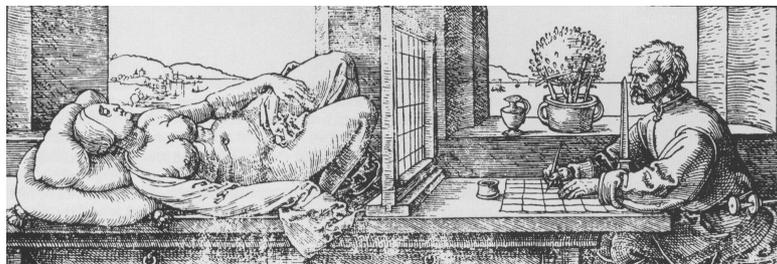
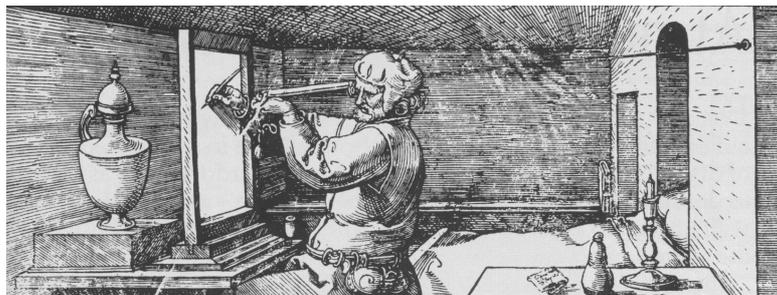
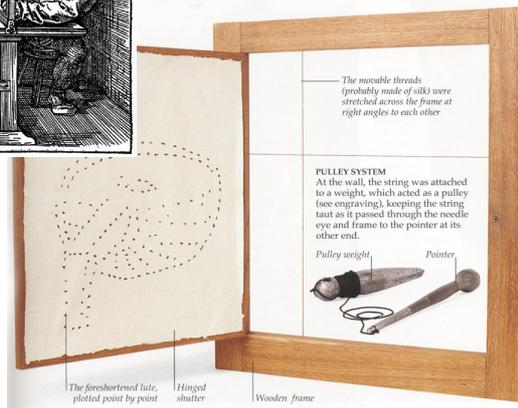
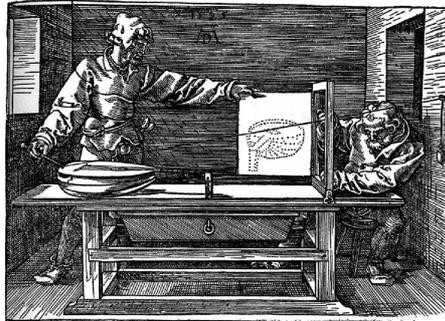
- Analytische Lösung ist unmöglich!
- Die Rendering Gleichung kann als rekursive Funktion aufgefaßt werden
- Daraus folgen praktische **Approximations-Verfahren**, die auf der Verfolgung des Lichts entlang Strahlen beruhen
  - **Ray tracing** [Whitted, Siggraph 1980, "An Improved Illumination Model for Shaded Display"]
  - **Radiosity** [Goral et. al, Siggraph 1984, "Modeling the Interaction of Light between diffuse Surface"]
  - **Monte Carlo Verfahren**



Turner Whitted,  
Microsoft Research

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 4

Albrecht Dürers "Ray-Casting-Maschinen" [16. Jhrdt.]



## Das einfache Whitted-style Ray-Tracing

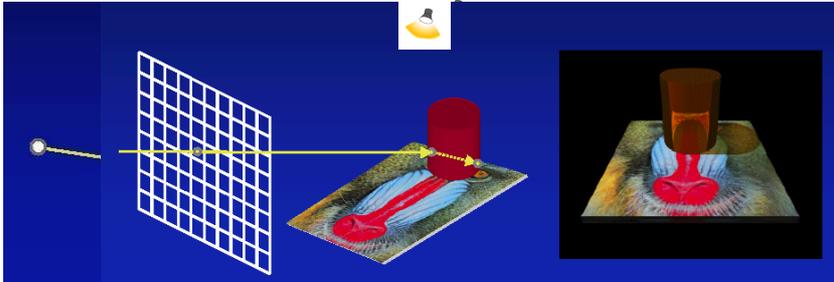
- Algorithmus zur Approximation der Rendering-Gleichung
- Modelliert werden nur:
  - Reflexion
  - Brechung
  - Verdeckungsrechnung
  - Schatten
- Strahlen werden nur in Richtung des **reflektierten** bzw. **gebrochenen** Strahls verfolgt
- Annahmen:
  - Punktlichtquellen
  - Phong-Modell
  - keine Halbschatten



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 7

## Funktionsweise

1. Synthetische Kamera = Augpunkt + Bildebene in Weltkoordinaten
2. Schieße Strahlen vom Augpunkt aus durch die Pixel in die Szene
3. Falls der Strahl mehr als ein Objekt schneidet, betrachte nur den ersten Schnittpunkt
4. Schieße weitere Strahlen von dort zu allen Lichtquellen (Schattenstrahlen; "shadow feelers")
5. Treffen diese Schattenstrahlen auf ein Objekt, so liegt der betrachtete Flächenpunkt im Schatten. Ansonsten wird das Phong-Beleuchtungsmodell ausgewertet
6. Ist das sichtbare Objekt spiegelnd, dann schieße einen reflektierten Strahl in die Szene
7. Ist das Objekt transparent, so wird zusätzlich ein gebrochener Strahl weiterverfolgt



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 8

## Der Strahlbaum

- Grundidee des Raytracing: Strahlengänge von den Lichtquellen bis zum Auge konstruieren, aber dabei beim Auge starten und diese Strahlengänge rückwärts "suchen"
- Ergibt (konzeptionell!) einen Strahlenbaum:

Light source  
"Direct" ray to the eye  
"Indirect" ray to the eye  
Pixel  
Image plane

eye  
light  
E1  
R4  
T5  
S2  
S1  
S3  
R2  
R6  
T3  
T7

E1  
S1  
S2  
S3  
R2  
R4  
R6  
T3  
T5  
T7

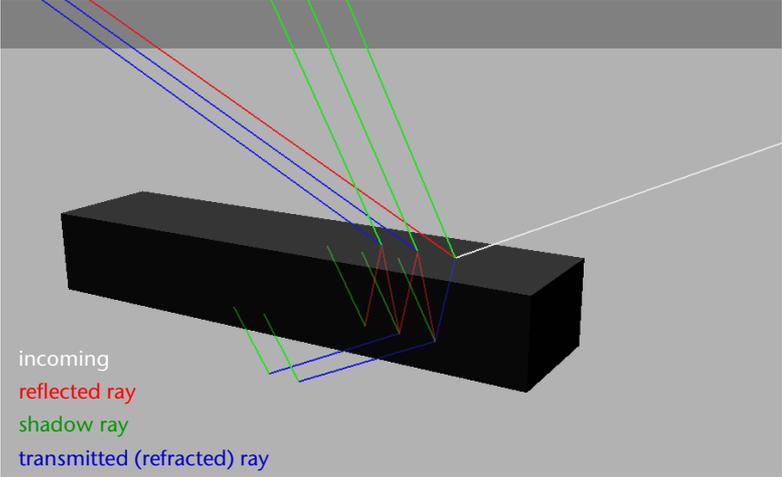
E1 = Primärstrahl  
Ri = reflektierter Strahl  
Ti = transmittierter Strahl  
Si = Schattenstrahl

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 9

## Exkurs: die antike Erklärung des Sehens: Sehstrahlen

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 10

Visualisierung eines Strahlbaumes (eignet sich hervorragend zum Debugging)



incoming  
reflected ray  
shadow ray  
transmitted (refracted) ray

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 11

## Das Beleuchtungsmodell

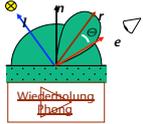
Beleuchtung auf der Fläche

$$L_{\text{ges}} = L_{\text{Phong}} + r_s L_s + r_t L_t$$

$r_s$  = Reflexionskoeffizient für das reflektierte Licht  $L_s$   
 $r_t$  = Transmissionskoeffizient für das transmittierte Licht  $L_t$

Abbruch der Rekursion:

- Falls maximale Rekursionstiefe erreicht; oder/und,
- falls Beitrag zur Beleuchtung zu klein (schrumpft wie  $r^n$ )





Rek. Tiefe: 3      Rek. Tiefe: 5      Rek. Tiefe: 100

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 12

## Demo

**MAIN ALGORITHM**

```

For each pixel
  Form primary ray
  Find closest intersection
  If intersect something
    Shade (DEPTH+1, final)
  Put final shade in pixel
  
```

**SHADE (DEPTH, RTNSHADE)**

```

Form shadow ray
Find intersection
If reflective
  Form reflect ray
  Find closest intersect
  Shade (DEPTH+1, REFLSHADE)
If transparent
  Form refract ray
  Find closest intersect
  Shade (DEPTH+1, REFRSHADE)
Compute rtshade
  
```

[http://www.siggraph.org/education/materials/HyperGraph/raytrace/rt\\_java/raytrace.html](http://www.siggraph.org/education/materials/HyperGraph/raytrace/rt_java/raytrace.html)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 13

## Eines der ersten Ray-Tracing-Bilder

**Turner Whitted 1980**

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 14

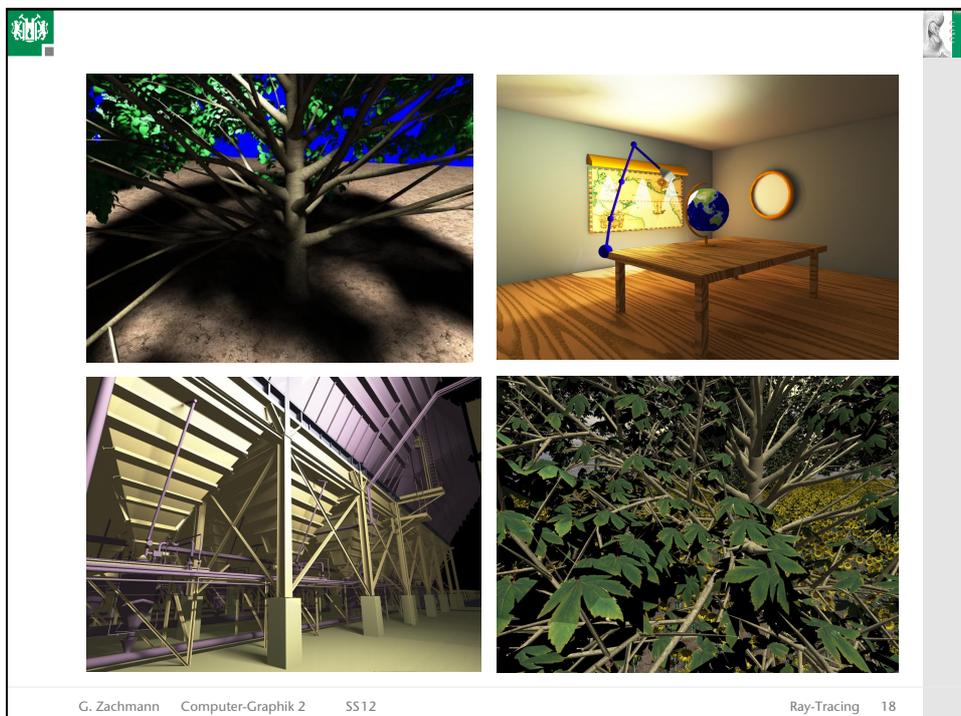
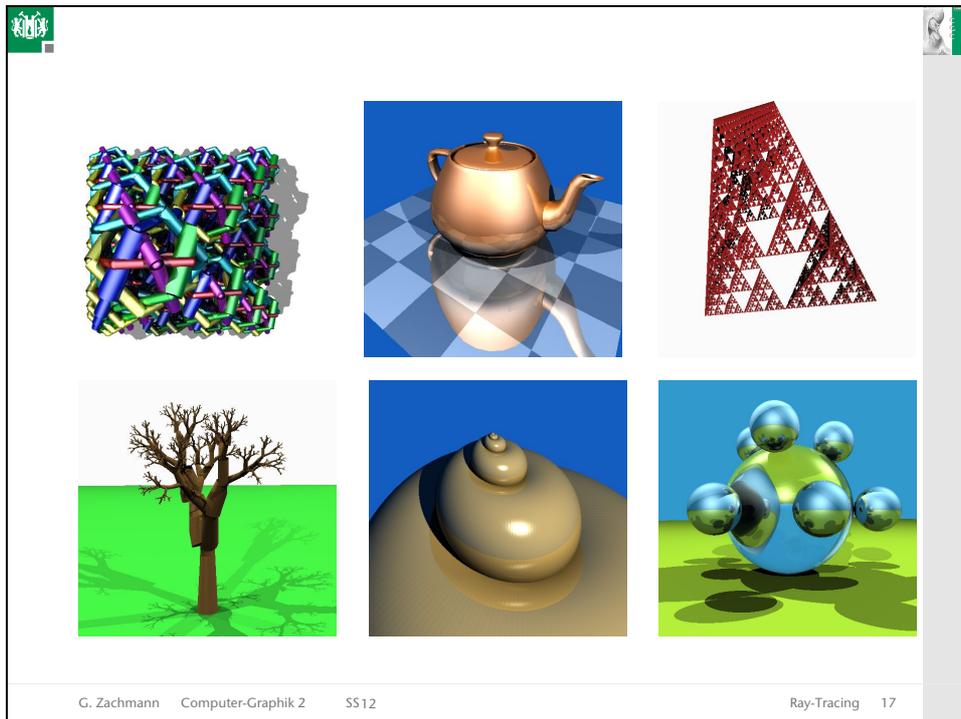
## Beispiele

Jensen, Lightscape

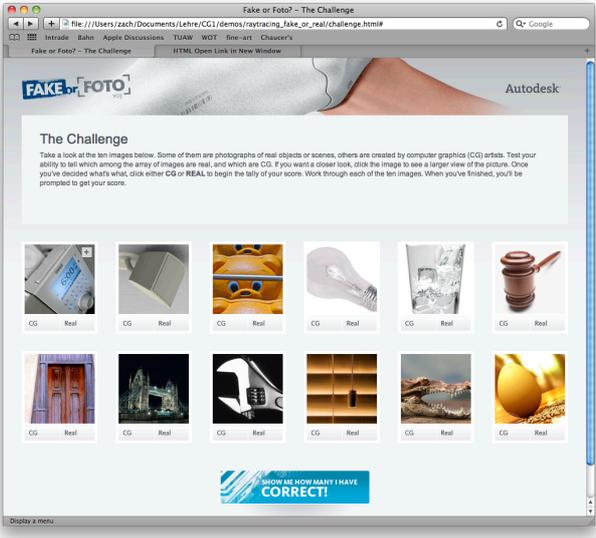
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 15

Objekt "sphere flake" aus der "Standard Procedural Databases" (SPD) von Eric Haines  
[<http://www.acm.org/tog/resources/SPD/>].

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 16

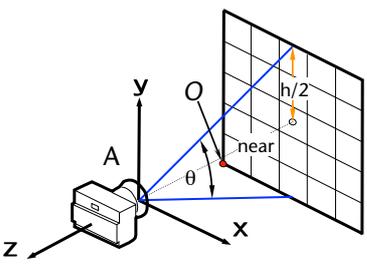


## Fake or Real?



G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing 19

## Die Kamera (ideale Lochkamera)



$$\frac{h}{2} = \text{near} \cdot \tan \frac{\theta}{2}$$

$$O = A - \text{near} \cdot z - \frac{w}{2}x - \frac{h}{2}y$$

Die Main-Loop eines Ray-Tracers

```

for ( i = 0; i < height; i ++ )
  for ( j = 0; j < width; j ++ )
    ray.from = A
    t = (i/height - 0.5) * h
    s = (j/width - 0.5) * w
    ray.at = O + s*x + t*y
    trace( 0, ray, &color );
    putPixel( x, y, color );

```

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing 20

### Älteste Abbildung einer Lochkamera

*Solis deliquium Anno Christi  
1544. Die 24. Januarij  
Lonanij*

Von R. Gemma Frisius, 1545

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 21

### Camera Obscura

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 22

## Andere sonderbare Kameras

- Mit Ray-Tracing sind nicht-standard Projektionen sehr einfach
- Z.B. Fischauge, Omnimax, Panorama



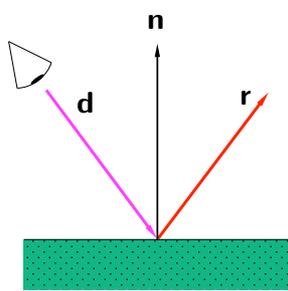
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 23



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 24

## Sekundärstrahlen

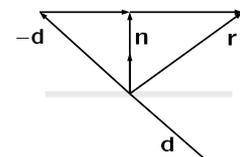
- Annahme: Hit zwischen Primärstrahl und Szene gefunden
- Reflektierter Strahl:



$$\mathbf{r} = ((-\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} - (-\mathbf{d})) \cdot 2 + (-\mathbf{d})$$

$$= \mathbf{d} - 2(\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}$$

wobei  $\|\mathbf{n}\| = 1$



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 25

## Gebrochener Strahl

- Brechungsgesetz [Snell ~1600]:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

- Der transmittierte Strahl:

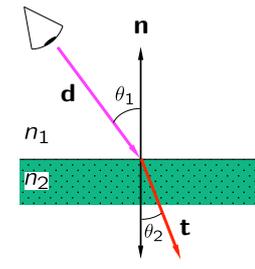
$$\mathbf{t} = \frac{n_1}{n_2} (\mathbf{d} + \mathbf{n} \cos \theta_1) - \mathbf{n} \cos \theta_2$$

$$\cos \theta_1 = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}$$

$$\cos^2 \theta_2 = 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} (1 - (\mathbf{d} \cdot \mathbf{n})^2)$$

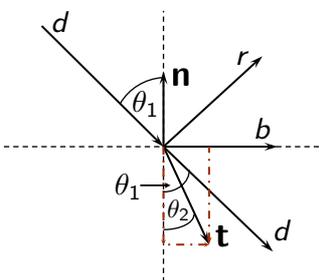
- Brechungsindizes:

	Luft	Wasser	Glas	Diamant
	1.0	1.33	1.5 - 1.7	2.4



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 26

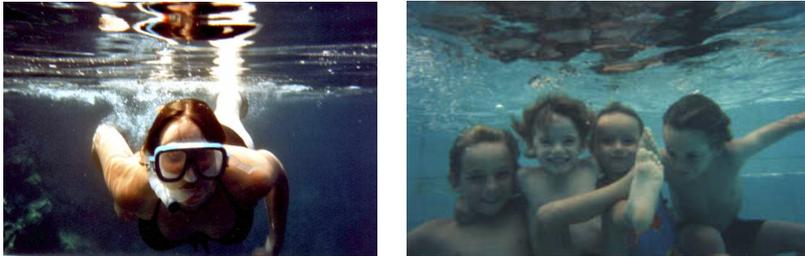
$|\mathbf{n}| = |\mathbf{b}| = 1$   
 $\mathbf{t} = \cos \theta_2 \cdot (-\mathbf{n}) + \sin \theta_2 \cdot \mathbf{b}$   
 $\mathbf{d} = \cos \theta_1 \cdot (-\mathbf{n}) + \sin \theta_1 \cdot \mathbf{b}$   
 $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{d} + \mathbf{n} \cdot \cos \theta_1}{\sin \theta_1}$   
 $\mathbf{t} = -\mathbf{n} \cdot \cos \theta_2 + \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} (\mathbf{d} + \mathbf{n} \cdot \cos \theta_1)$   
 $\cos \theta_2$  ausrechnen:  
 $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$   
 $\sin^2 + \cos^2 = 1$   
 $\cos^2 \theta_2 = 1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1\right)^2$



$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$   
 $\cos \theta_1 = \mathbf{n} \cdot (-\mathbf{d})$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 27

■ Totalreflexion:  
 wenn Radikand  $< 0 \Leftrightarrow \cos^2 \theta_1 \leq 1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}$



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 28

### Refraction and the Lifeguard Problem

- Running is faster than swimming

The diagram illustrates the lifeguard problem. On the left, a 'Person in trouble' is in the 'Water'. On the right, a 'Lifeguard' is on the 'Beach'. A red line represents the optimal path: it starts at the person in the water, goes to the beach (labeled 'Swim'), and then runs to the lifeguard (labeled 'Run'). A dashed white line represents a direct path from the person to the lifeguard. A small image of the movie 'Baywatch' is also present.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 29

### Wirkung des Brechungsindex

The images show the effect of the refractive index (n) on the appearance of a sphere. The refractive index increases from n=1.0 to n=1.7 in increments of 0.1. As n increases, the sphere becomes more reflective and its color shifts towards green.

n=1.0	n=1.1	n=1.2	n=1.3
n=1.4	n=1.5	n=1.6	n=1.7

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 30

## Welches ist die "richtige" Normale?

- Klappt die korrekte Berechnung des reflektierten und des gebrochenen Strahls auch, wenn die Normale in die "falsche" Richtung zeigt?

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 31

## Was können wir hier noch nicht (richtig) simulieren?



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 32

## Fresnel-Terme

- Beim Wechsel von einer Materie in eine andere wird immer ein Anteil Licht reflektiert, der restliche Anteil gebrochen
- Der **Reflexionskoeffizient**  $\rho$  hängt ab vom Brechungsindex der beiden Materialien und vom Einfallswinkel:

$$\rho_{\parallel} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$\rho_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$\rho = \frac{1}{2} \cdot (\rho_{\parallel}^2 + \rho_{\perp}^2)$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 33

- Beispiel:**
  - Luft ( $n = 1.0$ ) nach Glas ( $n = 1.5$ ), senkrechter Lichteinfall:
 
$$\rho_{\parallel} = \frac{1.5 - 1}{1.5 + 1} = \frac{1}{5} \quad \rho_{\perp} = \frac{1 - 1.5}{1.5 + 1} = \frac{1}{5} \quad \rho = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{25} = 4\%$$
  - D.h., beim Übergang von Luft nach Glas wird 4% des Lichtes reflektiert, der Rest gebrochen
- Approximation der Fresnel-Terme [Schlick 1994]:
 
$$\rho(\theta) \approx \rho_0 + (1 - \rho_0)(1 - \cos \theta)^5$$

$$\rho_0 = \left( \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2$$

wobei  $\rho_0$  der Fresnel-Term des senkrechten Lichteinfalls ist und  $\theta$  der Winkel im dünneren Medium (also der größere).

  - $1 - \rho$  ergibt dann den transmittierten Anteil

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 34

Beispiel für Brechung unter Berücksichtigung der Fresnel-Terme

n=1.0      n=1.1      n=1.2      n=1.3

n=1.4      n=1.5      n=1.6      n=1.7

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12      Ray-Tracing    35

Dämpfung im Medium (*participating media*)

- Die durch ein Medium transportierte Lichtintensität schwächt sich mit zunehmender Entfernung gemäß dem **Lambert-Beer'schen Gesetz** ab:

$$I(s) = I_0 e^{-\alpha s}$$

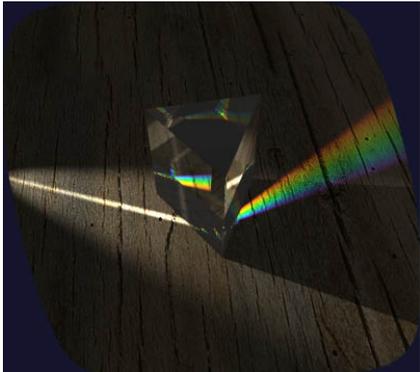
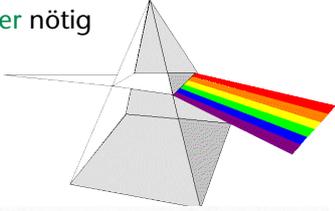
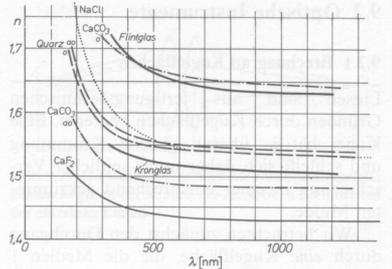
wobei  $\alpha$  eine Materialkonstante ist  
und  $s$  der im Medium zurückgelegte Weg.

- $\alpha$  kann auch von der Wellenlänge abhängen

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12      Ray-Tracing    36

## Dispersion

- Brechungsindex ist abhängig von der Wellenlänge
- Diese Effekte lassen sich allerdings in RGB nicht mehr abbilden; hierzu wäre ein „spektraler“ Ray-Tracer nötig

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing 37

Giovanni Battista Pittoni, 1725,  
"An Allegorical Monument to Sir Isaac Newton"





Pink Floyd, *The Dark Side of the Moon*

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing 38

### Beispiel mit Fresnel-Term und Dispersion



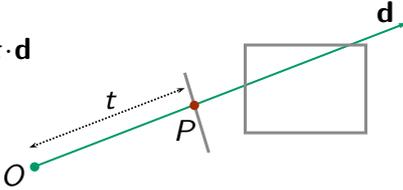
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 39

### Schnittberechnungen

- Der wesentliche Bestandteil der Rechenzeit
- Gegeben: Menge von Objekten (Polygone, Kugeln, ...) und ein Strahl

$$P(t) = O + t \cdot \mathbf{d}$$

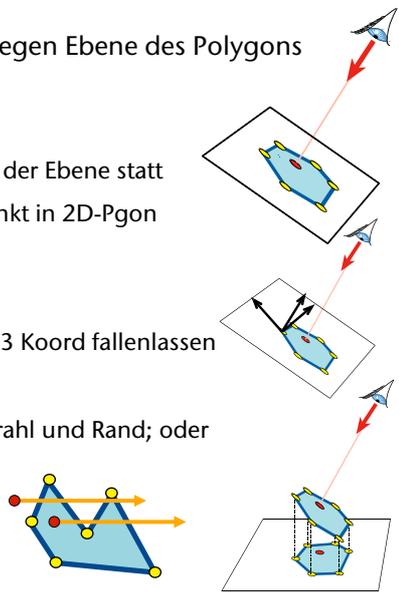
- Gesucht: Linienparameter  $t$  des ersten Schnittpunktes  $P = P(t)$  mit der Szene



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 40

## Schnitt Strahl—Polygon

- Schneide Strahl (parametrisch) gegen Ebene des Polygons (implizit) → Punkt
- Teste "Punkt in Polygon"
  - Dieser Test findet ausschließlich in der Ebene statt
  - 3D-Punkt in 3D-Polygon  $\Leftrightarrow$  2D-Punkt in 2D-Pgon
- Projiziere Punkt & Polygon
  - Entlang der Normale: zu teuer
  - Auf Koord.ebene: einfach eine der 3 Koord fallenlassen
- Test "Punkt in Polygon":
  - Zähle Anzahl Schnitte zwischen Strahl und Rand; oder
  - Bestimme "Winding Number"



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 41

## Interludium: die vollständige Ray-Tracing-Routine

```

traceRay( ray ):
  hit = intersect( ray )
  if no hit:
    return no color
  reflected_ray = reflect( ray, hit )
  refracted_ray = refract( ray, hit )
  refracted_color = traceRay( refracted_ray )
  for each lightsource[i]:
    shadow_ray = compShadowRay( hit, lightsource[i] )
    if intersect(shadow_ray):
      light_color[i] = 0
  overall_color = shade( hit,
                        reflected_color,
                        refracted_color,
                        light_color )
  return overall_color

```

hit ist eine Datenstruktur, die alle Infos über einen Schnitt zwischen Strahl und Szene enthält, u.a. Schnittpunkt, Objekt, Normale, ...

Diese intersect-Funktion kann deutlich optimiert werden gegenüber der obigen; außerdem interessiert nur ein Schnitt vor der Lichtquelle.

Wertet die Beleuchtungsgleichung für das getroffene Objekt aus.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 42

## Software-Architektur eines einfachen Raytracers

- Szene: einfache Liste von Kugeln, Dreiecken, etc.
- Schnittpunkt Strahl—Objekt
- Diffuse und spekulare Reflexion (Phong-Modell)
- Sekundärstrahlen
- Mögliche Erweiterungen
  - Lichtbrechung, Transparenzen
  - Besseres Oberflächenmodell (Fresnel)
  - Andere Objekte (Kegel, Zylinder, Polygon, ...)
  - Szene einladen

```

graph TD
    Sphere((Sphere)) --> Object((Object))
    Triangle((Triangle)) --> Object
    Raytracer((Raytracer)) --> Ray((Ray))
    Material((Material)) --> Lightsource((Lightsource))
    Hit((Hit)) --> Camera((Camera))
    Scene((Scene)) --> Hit
  
```

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 43

## Typische Raytracer-Klassen

- Lightsource (hier nur Einfache Punktlichtquelle)
 

```

Vector m_location; // Position
Vector m_color; // Farbe
      
```
- Material
 

```

Vector m_color; // Farbe der Oberfläche
float m_diffuse; // Diffuser / Spekularer
float m_specular; // Reflexionskoeff. [0..1]
float m_phong; // Phong-Exponent
      
```
- Ray
 

```

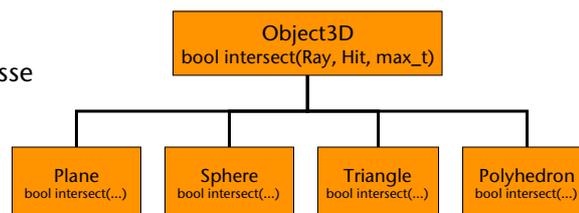
Vector m_origin; // Aufpunkt des Strahls
Vector m_direction; // Strahlrichtung
      
```

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 44

- Hit: Speichert Informationen über den Schnittpunkt

```
Ray m_ray;           // Strahl
float m_t;           // Geradenparameter t
Object* m_object;    // Geschnittenes Objekt
Vector m_location;   // Schnittpunkt
Vector m_normal;     // Normale am Schnittpunkt
```

- Object:  
Abstrakte Basisklasse  
für alle  
Geometrie-  
objekte



```
// Schnittpunkt von Strahl mit Objekt
virtual bool closestIntersection( Intersection * hit ) = 0;
virtual bool anyIntersection( const Ray & ray, float max_t,
                             Intersection * hit ) = 0;

// Normale am Schnittpunkt
virtual void calcNormal( Intersection * hit ) = 0;

// Material des Objekts
int getMaterialIndex() const;
```

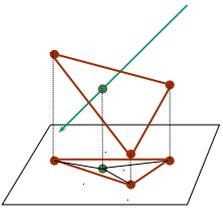
- Camera:
  - Alle Eigenschaften der Kamera, z.B. from, at, up, angle
  - Generiert Primärstrahlen durch alle Pixel
- Scene:
  - Speichert alle Daten der Szene
    - Liste aller Objekte
    - Liste aller Materialien
    - Liste aller Lichtquellen
    - Kamera

Ray-Tracing 47

## Schnitt Strahl—Dreieck

[Badouel 1990]

- Verwende Methode Strahl—Polygon; oder
- Cleverer sein: baryzentrische Koordinaten + Projektion
- Schneide Strahl mit Ebene (Normalenform)  $\rightarrow t \rightarrow$  Punkt
- Projiziere Punkt & Dreieck in Koord.ebene
- Berechne baryzentrische Koord. des 2D-Punktes
- Baryzentrische Koord. des 2D-Punktes  $(\alpha, \beta, \gamma) =$  baryzentrische Koord. des 3D-Punktes!
- 3D-Punkt in Dreieck  $\Leftrightarrow \alpha, \beta, \gamma > 0, \alpha + \beta + \gamma = 1$
- Alternative Methode: siehe Möller & Haines "Real-time Rendering"
- Code: <http://jgt.akpeters.com/papers/MollerTrumbore97/>
- Geht noch schneller, falls Schnittpunkt nicht nötig [Segura & Feito]



Ray-Tracing 48

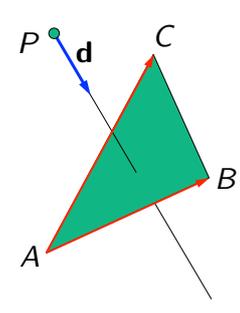
Alternative Schnittberechnung Strahl–Dreieck [Möller]

- Geradengleichung  $X = P + t \cdot \mathbf{d}$
- Ebenengleichung  $X = A + r \cdot (B - A) + s \cdot (C - A)$
- Gleichsetzen  $-t \cdot \mathbf{d} + r \cdot (B - A) + s \cdot (C - A) = P - A$

In Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{d} & \mathbf{u} & \mathbf{v} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ r \\ s \end{pmatrix} = \mathbf{w}$$

wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= B - A \\ \mathbf{v} &= C - A \\ \mathbf{w} &= P - A \end{aligned}$$


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 49

$$\begin{pmatrix} t \\ r \\ s \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(-\mathbf{d}, \mathbf{u}, \mathbf{v})} \cdot \begin{pmatrix} \det(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \\ \det(-\mathbf{d}, \mathbf{w}, \mathbf{v}) \\ \det(-\mathbf{d}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$$

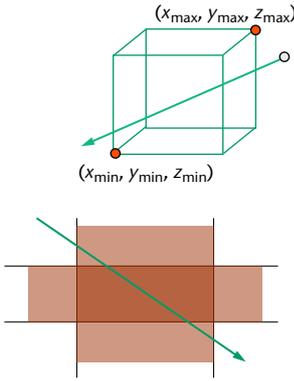
$$\begin{pmatrix} t \\ r \\ s \end{pmatrix} = \frac{1}{(\mathbf{d} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u}} \cdot \begin{pmatrix} (\mathbf{w} \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} \\ (\mathbf{d} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} \\ (\mathbf{w} \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{d} \end{pmatrix}$$

- Kosten: 2 Kreuzprodukte + 4 Skalarprodukte
- Liefert: Geradenparameter + baryzentrische Koordinaten bzgl. Dreieck
- Test ob  $s, t$  im Bereich  $(0, 1)$  und  $s+t \leq 1$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 50

## Schnitt Strahl — Box

- Box (Quader) wird später noch wichtig als Bounding Box
- Hier: nur achsenparallele Boxes (AABB = *axis-aligned bounding box*)
- Definition einer AABB: durch die zwei extremen Eckpunkte  $(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})$  und  $(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max})$
- Idee des Algo:
  - Eine Box ist der Schnitt von 3 *Slabs* (ein *Slab* = Schicht des Raumes, wird von 2 parallelen Ebenen begrenzt)
  - Jeder Slab schneidet vom Strahl ein Intervall heraus
  - Betrachte also sukzessive jeweils Paare von Box-Seiten

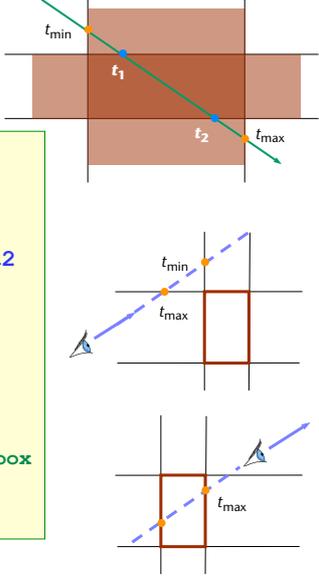


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 53

## Der Algorithmus:

```

setze  $t_{\min} = -\infty$  ,  $t_{\max} = +\infty$ 
loop über alle Paare von Ebenen:
  schneide Strahl mit den
    beiden Ebenen  $\rightarrow t_1$  ,  $t_2$ 
  if  $t_2 < t_1$ :
    vertausche  $t_1$  ,  $t_2$ 
  // jetzt gilt:  $t_1 < t_2$ 
   $t_{\min} \leftarrow \max(t_{\min}, t_1)$ 
   $t_{\max} \leftarrow \min(t_{\max}, t_2)$ 
  // now:  $[t_{\min}, t_{\max}] = \text{interval inside box}$ 
  if  $t_{\min} > t_{\max} \rightarrow \text{kein Schnitt}$ 
  if  $t_{\max} < 0 \rightarrow \text{kein Schnitt}$ 
  
```



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 54

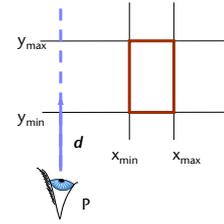
## Bemerkungen

- Optimierung: beide Ebenen eines Slabs haben dieselbe Normale
  - Spart ein Skalarprodukt
- Bemerkung: der Algo funktioniert genauso für "schiefe" Boxes (sog. *OBBs = oriented bounding boxes*)
- Weitere Optimierung: falls AABB, nutze aus, daß die Normalen nur 1 Komponente  $\neq 0$  haben!
- Achtung: "shit happens"
  - Hier: teste auf Parallelität!
  - Im Fall der AABB:

```

if |dx| < ε:
  if Px < xmin || Px > xmax:
    Strahl geht an Box vorbei
  else:
    t1, t2 = ymin, ymax // evtl noch swappen!

```



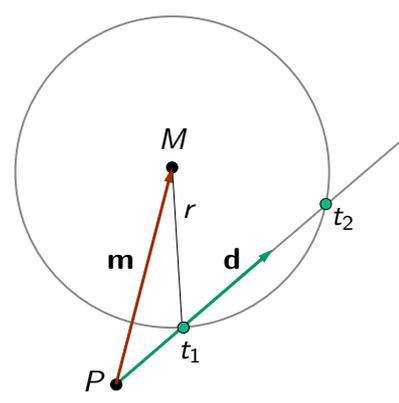
Ray-Tracing 55

## Schnitt Strahl–Kugel

- Annahme:  $\mathbf{d}$  ist normiert
- Die geometrische Methode:
 
$$|t \cdot \mathbf{d} - \mathbf{m}| = r$$

$$(t \cdot \mathbf{d} - \mathbf{m})^2 = r^2$$

$$t^2 - 2t \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{d} + \mathbf{m}^2 - r^2 = 0$$
- Die algebraische Methode:
  - Punkt auf Strahl in implizite Kugelgleichung einsetzen
- Es gibt noch andere Ansätze ...



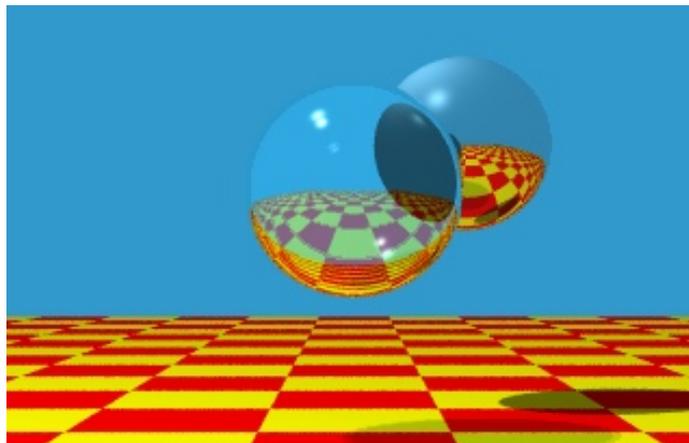
Ray-Tracing 56

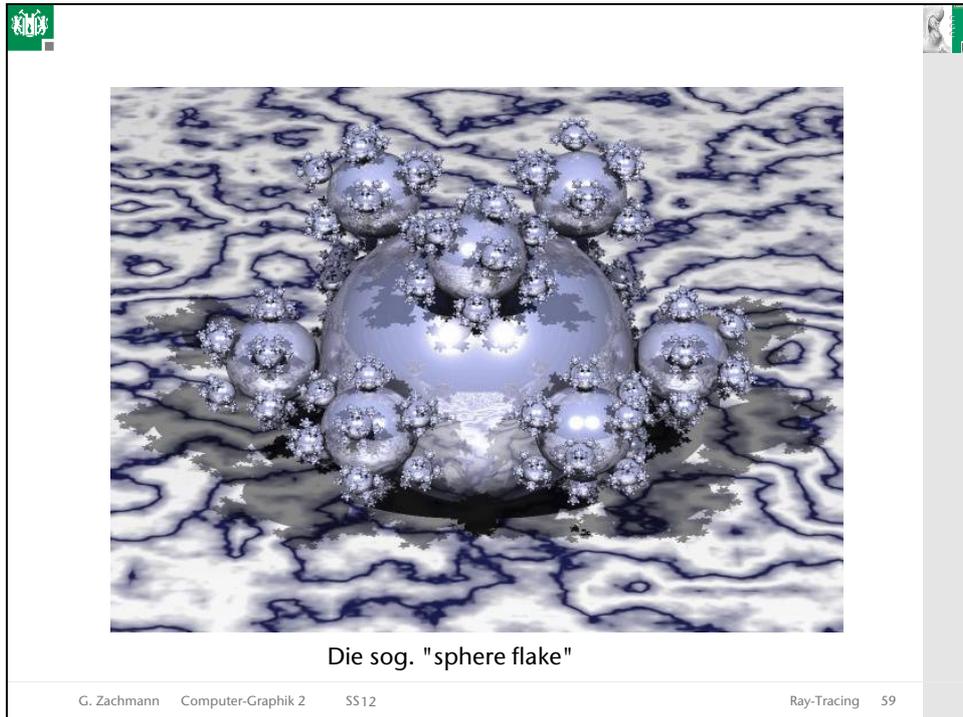
- Der Algorithmus, mit kleinen Optimierungen:

```

berechne  $m^2 - r^2$ 
berechne  $b = m \cdot d$ 
if  $m^2 - r^2 \geq 0$  // Blickpunkt ausserhalb Kugel
    and  $b \leq 0$  : // sieht von Kugel weg
then
    return "kein Schnittpunkt"
setze  $d = b^2 - m^2 + r^2$ 
if  $d < 0$ :
    return "kein Schnittpunkt"
if  $m^2 - r^2 > \epsilon$  :
    return  $t_1 = b - \sqrt{d}$  // enter;  $t_1$  is  $> 0$ 
else:
    return  $t_2 = b + \sqrt{d}$  // leave;  $t_2$  is  $> 0$  ( $t_1 < 0$ )
  
```

- Es ist so einfach, daß alle Ray-Tracer Kugeln als Primitiv haben!





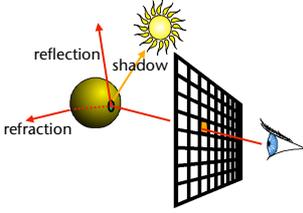
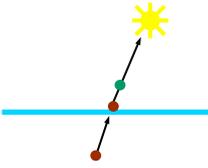
## Geometrisch vs. Algebraisch

- Die algebraische Methode ist einfach und generisch
- Die geometrische Methode ist schneller
  - Durch geometrische Einsicht
  - Frühe Tests
  - Insbesondere für die Strahlen, die weg zeigen

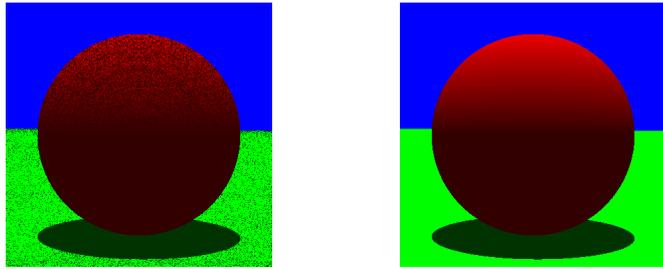
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 60

## The evil $\epsilon$

- Was passiert, wenn der Ursprung des Strahles "exakt" **auf** der Oberfläche eines Objektes sitzt?
- Floating-Point ist immer unexakt!
  - Folge: bei den folgenden Strahltests erscheint dieser Ursprung evtl. **innerhalb** des Objektes!
  - Folge: als nächsten Schnittpunkt erhalten wir denselben Punkt wieder!
- "Lösung":  
verschiebe Aufpunkt des Strahls immer zuerst um ein  $\epsilon$  in Richtung des (neuen) Strahls

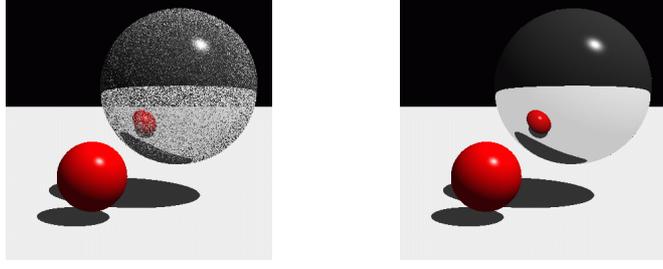



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 74



Without epsilon

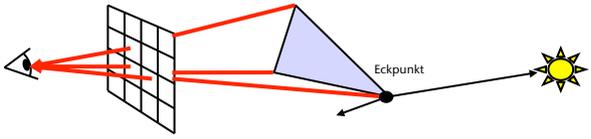
With epsilon



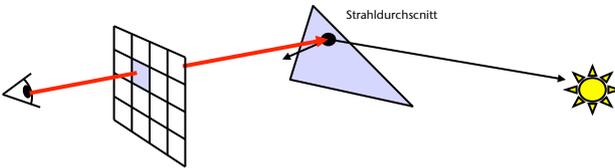
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 75

## Scankonvertierung vs. Raytracing

- Scan-Konvertierung: Auswerten eines Strahls, der durch jeden Eckpunkt eines Objektes gesendet wird

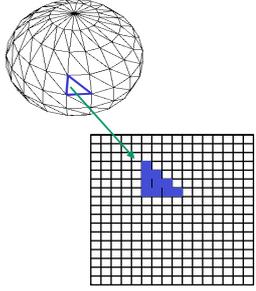


- Raytracing: Auswerten eines Strahls, der durch einen Bildschirmpixel gesendet wird



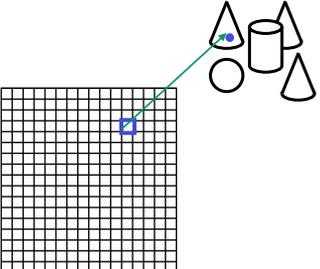
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 76

- Zum Umwandeln einer Szene mittels Scan-Konvertierung ...



... scan-konvertiere jedes Dreieck

- Zum Umwandeln einer Szene mittels Raytracing ...



... verfolge für jedes Pixel einen Strahl

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 77



## Vor- und Nachteile

- Scan-Konvertierung:
  - schnell (da nur Eckpunkte)
  - wird unterstützt von aktuellen Grafikkarten
  - geeignet für Echtzeitanwendungen
  - ad-hoc Lösung für Schatten, Transparenz
  - Keine Interreflexion
- Raytracing:
  - noch rel. langsam (Suche nach Schnittpunkten zwischen Strahlen und Objektprimitiven)
  - bisher von keiner kommerziellen Hardware unterstützt
  - Offline-Rendering-Verfahren
  - Allgemeine Lösung für Schatten, Transparenz und Interreflexion, Clipping und Culling

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 78

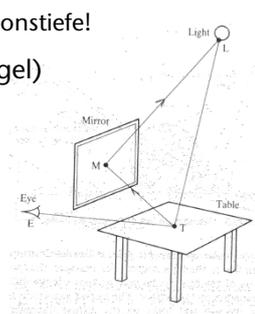


- Weitere Vorteile des Raytracings:
  - Eignet sich besonders für Szenen mit hohem spiegelndem und transparentem Flächenanteil
  - Kann beliebige Objektrepräsentationen verarbeiten (z.B. CSG, Rauch, ...)
    - Einzige Anforderung: man muß Schnitt zwischen Strahl und Objekt und die Normale in diesem Schnittpunkt berechnen können
  - Keine explizite perspektivische Transformation oder Clipping nötig

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 79

### Nachteile des (einfachen) Raytracings

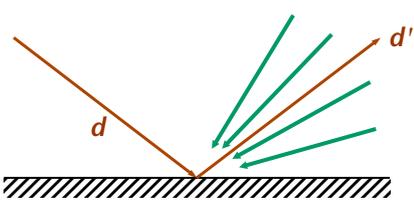
- Sehr viele Strahlen
  - Naives Ray-Casting (nur Primärstrahlen):  $O(p \cdot (n+l))$ ,  
 $p = \# \text{ Pixel}$ ,  $n = \# \text{ Polygone}$ ,  $l = \# \text{ Lichtquellen}$
  - Anzahl Strahlen wächst exponentiell mit Rekursionstiefe!
- Keine indirekte Beleuchtung (z.B. durch Spiegel)
- Keine weichen Halbschatten
- Shading muß bei jeder Änderung der Kamera neu berechnet werden, obwohl dieses nur von den Lichtquellen und den Objekten abhängen
- Für alle diese Nachteile wurden natürlich viele verschiedene Abhilfen vorgeschlagen ...

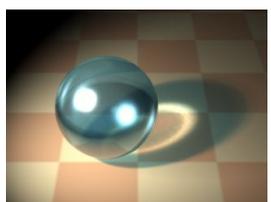
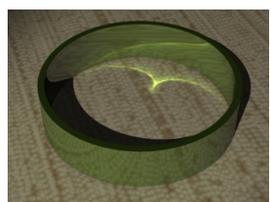


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 80

### Beispiel für das Problem der indirekten Beleuchtung: Kaustiken

- Konzentration von Licht
- Lichtstrahlen treffen sich in einem Punkt
- Das normale Raytracing betrachtet nur 1 reflektierten Strahl




G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 81

## Aliasing

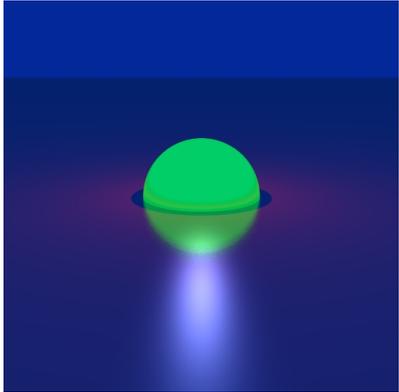
- Ein Strahl pro Pixel → typ. Aliasing-Artefakte:
  - Treppeneffekte
  - Moiré- Effekt



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 82

## Distribution Ray Tracing

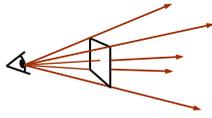
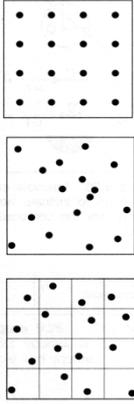
- Einfache Modifikationen des rekursiven Ray Tracings für
  - Antialiasing
  - Weiche Schatten
  - Tiefenschärfe
  - Spekulare Reflexion
- Bewegungsunschärfe
- Anderer Name früher:
  - „Distributed Ray Tracing“
  - ist aber sehr unglücklich ("distributed" = verteilt)



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 83

## Anti-Aliasing beim Ray-Tracing

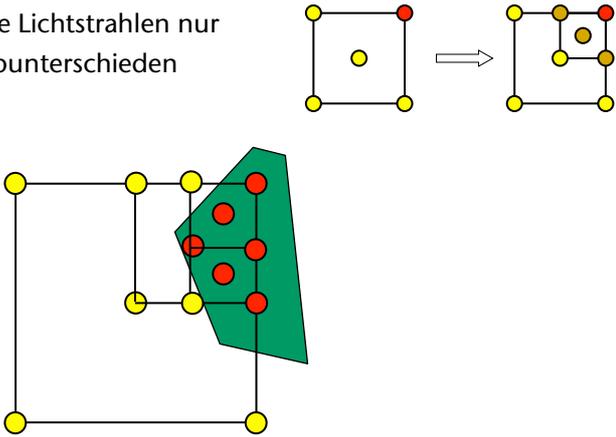
- Anstatt pro Pixel nur einen Strahl zu verfolgen werden mehrere Strahlen verfolgt und die resultierende Farbe gemittelt
- Methoden zur Auswahl der Punkte:
  - **Regelmäßige Abtastung** (Problem der Moire Muster)
  - **Zufällige Abtastung** (Problem des Rauschens)
  - **Stratifikation**, d.h. eine Kombination von regelmäßiger und zufälliger Abtastung, indem ein regelmäßiges Gitter zufällig gestört wird.

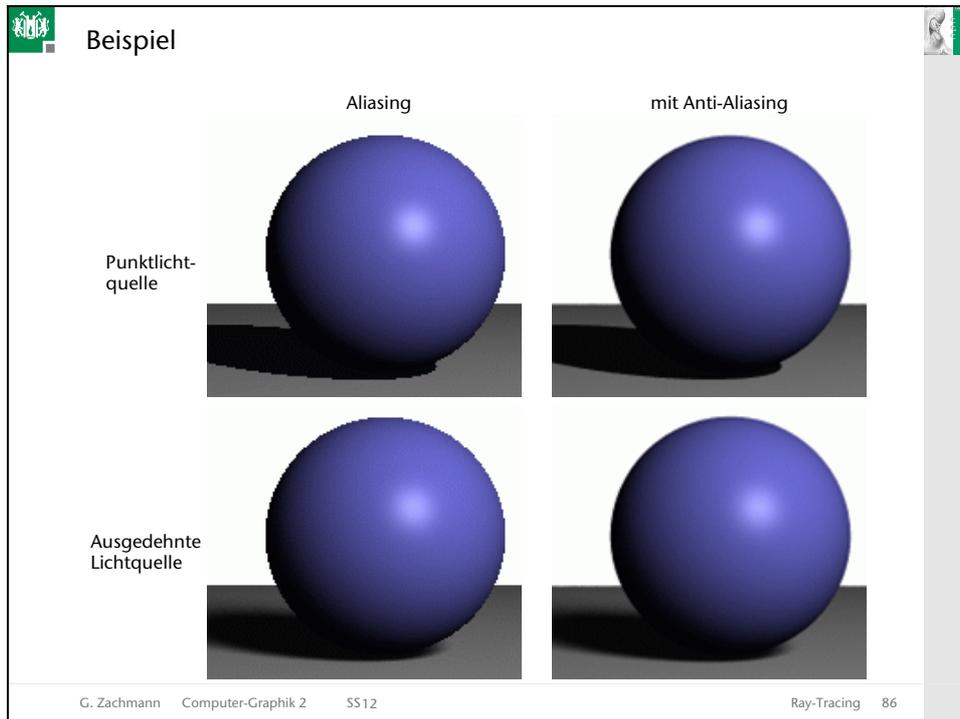
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 84

## Adaptives Supersampling

- Idee: verschiebe Lichtstrahlen nur bei großen Farbunterschieden
- Beispiel:
- Resultierende Farbe = Durchschnittsfarbe aller Samples, gewichtet mit dem Flächenanteil des Pixels, den das Sample "überdeckt"

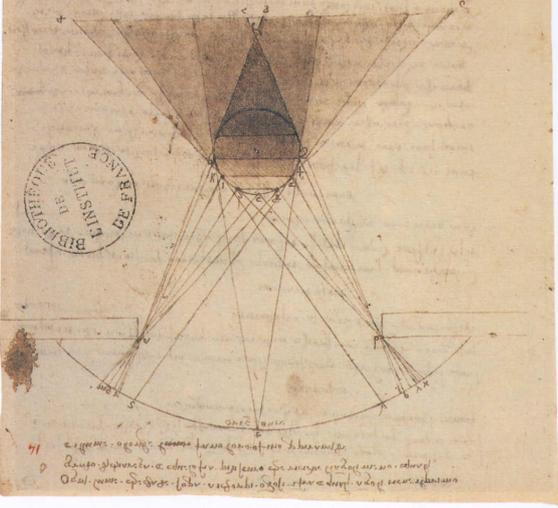


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 85



Weiche Schatten, Halbschatten

- Regionen:
  - "Vollschatten" (*umbra*)
  - Halbschatten (*penumbra*)
  - voll beleuchtet



XVI Léonard de Vinci (1452-1519). Lumière d'une fenêtre sur une sphère ombreuse avec (en partant du haut) ombre intermédiaire, primitive, dérivée et (sur la surface, en bas) portée. Plume et lais sur pointe de métal sur papier, 24 x 38 cm. Paris, Bibliothèque de l'Institut de France (ms. 2185; B.N. 2038, f° 14 r°).

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 87

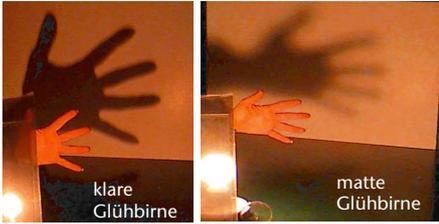
In der Realität ...



[http://3media.initialized.org/photos/2000-10-18/index\\_gall.htm](http://3media.initialized.org/photos/2000-10-18/index_gall.htm)



<http://www.davidfay.com/index.php>



<http://www.pa.uky.edu/~sciworks/light/preview/bulb2.htm>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 88

... und im Ray-Tracing

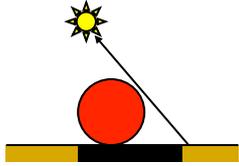
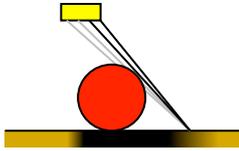
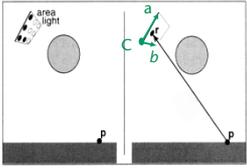
- Bisher: 1 Schattenstrahl

$$s_i = \begin{cases} 1, & \text{Lichtquelle sichtbar} \\ 0, & \text{nicht sichtbar} \end{cases}$$

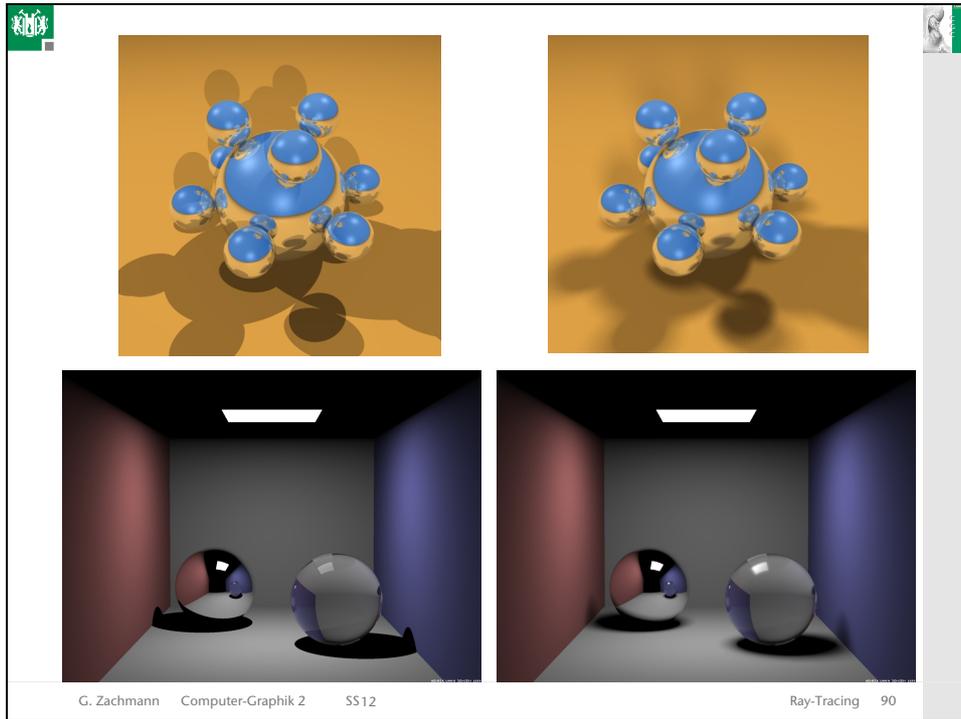
- Jetzt: mehrere Schattenstrahlen

$$s_i = \frac{\text{Anzahl sichtbarer Samples}}{\text{Anzahl Schattenstrahlen}}$$

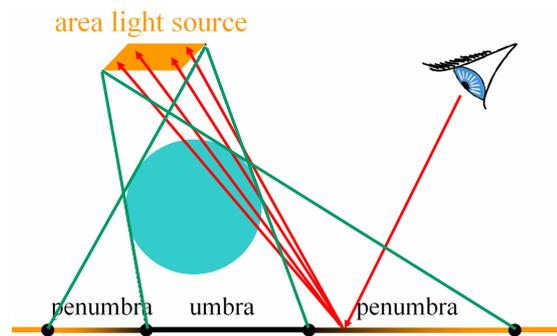
- Drei Arten von Sampling der Lichtquelle:
  - Regelmäßige Abtastung der Lichtquelle
  - Zufällige Abtastung der Lichtquellen
  - Stratifizierte Abtastung

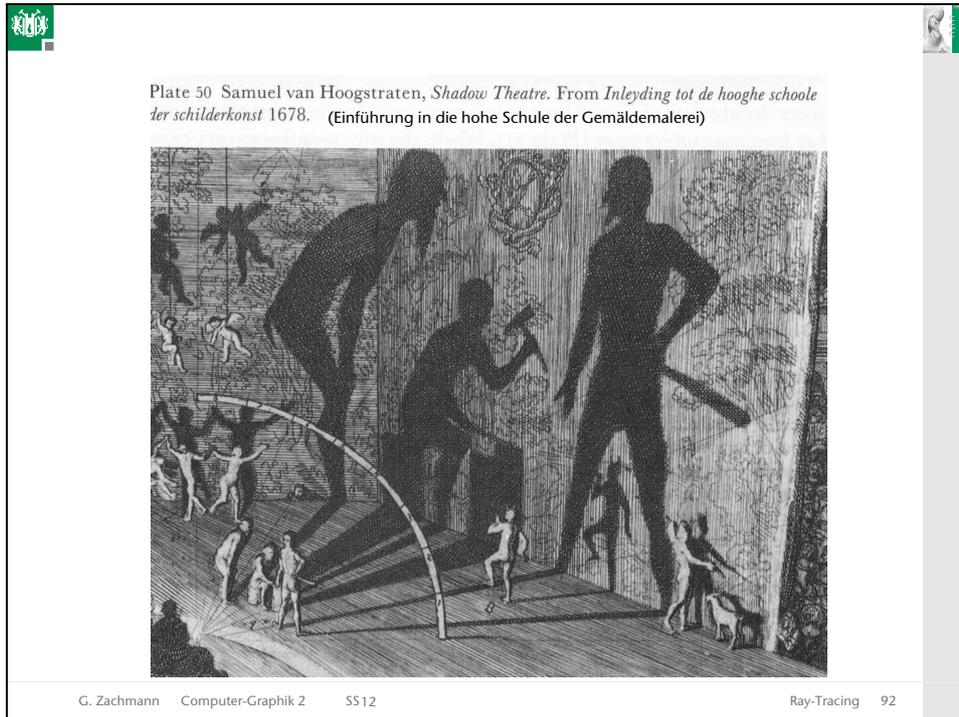




G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 89



▪ Konstruktion des Schatten- und Halbschattenbereiches:



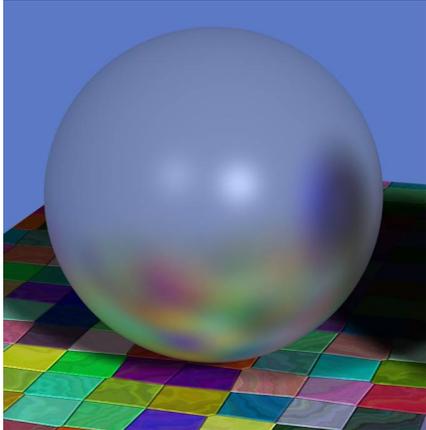


## Spekulare Reflexion

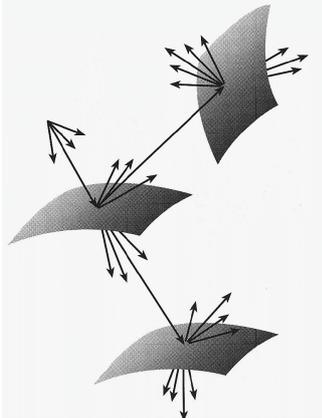
- Bisher: genau 1 reflektierter Strahl
  - Problem, falls die horizontale Fläche matt glänzend sein soll ...
- Lösung (brute-force):
  - Viele reflektierte Strahlen
  - Beiträge gemäß Kosinus-Hoch-n-Gesetz (Phong) aufaddieren

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 93

▪ Beispiel:



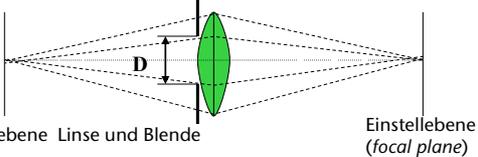
▪ Strahlbaum:



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing 94

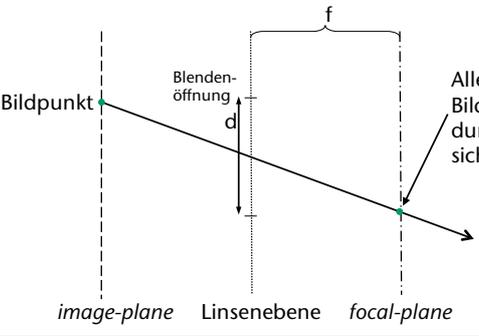
## Tiefen(un-)schärfe

- Bisher: ideales Lochkammermodell
- Für Tiefenunschärfe muß man reale Kameras modellieren



Filmebene Linse und Blende

Einstellebene  
(focal plane)

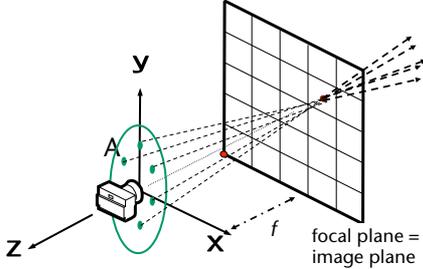


Alle Strahlen, die vom Bildpunkt ausgehen und durch die Linse, treffen sich in diesem Punkt.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing 95

■ Eine Klasse **LensCamera** würde die Strahlen also ungefähr so erzeugen:

- Verteile Strahlen auf die gesamte Blendenöffnung und mitte



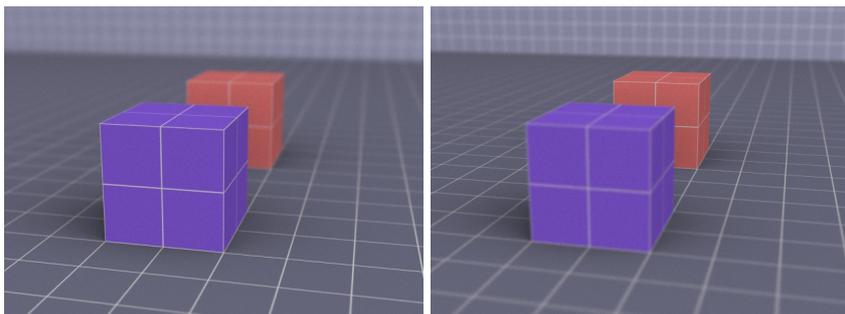
focal plane = image plane

■ Bemerkungen:

- Sample die Scheibe (=Linse) stratifiziert
- Achtung bei Kombination mit Anti-Aliasing

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 96

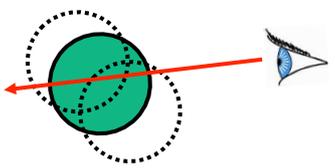
Beispiele



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 97

## Motion Blur (Bewegungsunschärfe)

- Schieße viele Strahlen pro Pixel
- Wähle für jeden Strahl einen Zeitpunkt  $t \in [t_0, t_1]$
- Betrachte während des Schnitttests mit diesem Strahl alle Objekte an ihren Positionen  $P = P(t)$  zu diesem Zeitpunkt  $t$
- Mittle Pixelwerte




G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 98

## "But is it real-time?"

- Ray Tracing in der Vergangenheit war sehr langsam
- Inzwischen Echtzeit-Fähigkeit für einige Szenen
- OpenRT-Projekt: Real-Time Ray Tracing
  - Siehe <http://www.openrt.de>
- Special-Purpose-Hardware, PC-Cluster
- Nur eine Frage der Zeit, bis Commodity-Graphics-Hardware es kann




Uni Saarbrücken

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 113




# Ray tracing in Egoshooters

Example: Quake3 Demo

<http://graphics.cs.uni-sb.de/~sidapohl/egoshooter/>



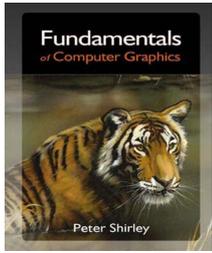
Quake 3 mit Ray-Tracing. Plattform: Cluster mit 20 AMD XP1800. 2004  
<http://graphics.cs.uni-sb.de/~sidapohl/egoshooter/>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 114




## Eine Anmerkung zu Typos

- Typos passieren auch auf den Folien
  - Keine Angst haben zu fragen!
  - Bitte teilen Sie mir Fehler mit
- Typos passieren sogar in Lehrbüchern
  - Ich selbst habe 2 nicht-triviale Fehler im Shirley-Buch, 2-te Auflage gefunden [WS 05/06]
  - Fazit: mitdenken, nicht einfach direkt kopieren



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing 115